Teorías del Sistema Solar

Historia de las ideas que llevaron a formulación de la ley de gravitación

Pedro J. Hernández González ©1999-2004 pjhdez@navegalia.com

El movimiento del Sol y de la bóveda estrellada

La simple observación del cielo nocturno había revelado desde la antigüedad la existencia de ciertas regularidades en el movimiento de los astros. Las estrellas y la Vía Láctea (esa banda brillante de aspecto nebuloso que atraviesa el cielo) parecían moverse durante la noche como si estuvieran rígidamente unidas a una bóveda invisible que girase alrededor de un punto fijo en el cielo, el **Polo Norte celeste**.

Por las observaciones realizadas desde distintos puntos de la superficie terrestre podía deducirse que esta bóveda era como una gran esfera que rodeaba a la propia Tierra esférica. Ya los griegos estaban familiarizados con el hecho de que la "**esfera celeste**" hipotética que contenía a las estrellas parecía girar uniformemente de Este a Oeste volviendo a su punto de partida cada veinticuatro horas. Nos referimos a este movimiento como **rotación diurna**. Naturalmente, ahora sabemos que es la Tierra, y no las estrellas, la que gira alrededor de su eje cada veinticuatro horas y que la apariencia de la estrellas distribuidas sobre una enorme esfera es una ilusión óptica. Pero no debemos despreciar el enorme conocimiento astronómico de los antiguos por creer que observaban unos cielos en movimiento desde una Tierra estática. De hecho, la mayoría de nosotros aceptamos "autoritariamente" el punto de vista moderno aunque no tengamos argumentos convincentes que demuestren la realidad del movimiento terrestre.

Existe una estrella particular en la constelación de la Osa Menor —la estrella polar— muy próxima al Polo Norte celeste. Actualmente ésta sólo se desvía unos 0º,9 de esta dirección y en el futuro irá siendo cada vez menor hasta alcanzar un mínimo de 0º,46 en el año 2102 empezando a crecer de nuevo. Hiparcos, el gran astrónomo griego, ya conocían este lento movimiento del polo norte celeste a través de las estrellas fijas, fenómeno conocido como **precesión de los equinoccios**. Se conoce ahora que el propio polo norte celeste se mueve en un pequeño círculo y vuelve a su posición original cada 25700 años. Puede resultar curioso menciona que en el año 802 d.C. la estrella 32H Camelopardalis —en la constelación de la jirafa— distaba sólo medio grado del polo y los vikingos la utilizaban efectivamente como estrella polar aunque fuera unas cuatro veces menos brillante que la actual estrella polar.

También era sabido por los antiguos —aunque no tan bien conocido por el hombre lego de hoy—, que si bien el Sol participa del movimiento diurno de las estrellas, no se mantiene solidario a éstas. Observando las estrellas, justo antes de amanecer y justo después de la puesta de Sol se puede ver que éste cambia lentamente su posición respecto a las estrellas cada día. Al cabo de aproximadamente 365 días y un cuarto regresa de nuevo a la posición inicial. Si seguimos con un trazo imaginario sobre la bóveda estrellada esta trayectoria del Sol, obtendremos un línea circular denominada **eclíptica** que va atravesando una serie de constelaciones conocida como **banda del zodiaco**. En efecto, el Sol parece tener un movimiento a lo largo de la dirección Norte-Sur. El 21 de Marzo (**equinoccio de primavera**) el Sol está directamente, a mediodía, sobre la vertical en los lugares situados a lo largo del ecuador terrestre, y después se mueve cada día más hacia el Norte hasta que el 21 de Junio (**solsticio de verano**) está directamente sobre la vertical, a mediodía, en los lugares situados a 23º ½ al norte del ecuador (**trópico de Cáncer**). El sol empieza a moverse entonces hacia el Sur, de tal modo que el 23 de Septiembre (**equinoccio de otoño**) está directamente sobre la vertical, a mediodía, de nuevo en el ecuador, y el 21 de Diciembre (**solsticio de invierno**) está sobre la vertical, a mediodía, en los lugares situados a 23º ½ al sur del ecuador (**trópico de Capricornio**). El Sol se mueve de nuevo hacia el Norte y el ciclo se repite.

El movimiento Norte-Sur del Sol es, naturalmente, el principal factor que determina la temperatura sobre la superficie terrestre. Entre el 21 de Marzo y el 23 de Septiembre el día tendrá una duración superior a las 12 horas en el hemisferio norte, y el Sol estará relativamente alto en el firmamento (según la latitud). Entre el 23 de Septiembre y el 21 de Marzo la duración del día es menor de doce horas en el hemisferio norte y el Sol no se eleva muy alto. Esta circunstancia será justamente la opuesta en el hemisferio sur. Es 21 de Marzo y el 23 de Septiembre, el día y la noche tienen la misma duración, de donde procede el término equinoccio —igual noche, en latín—.

La correlación entre las estaciones y el movimiento del Sol a través de las estrellas fue un descubrimiento científico de vital importancia en las antiguas civilizaciones agrícolas. Al establecer un calendario, originado en Egipto, de 365 días, los antiguos astrónomos podían predecir la llegada de la primavera y decir al agricultor cuándo debía sembrar sus cosechas. Eventualmente se encontró que tal calendario se hacía cada vez más inexacto, a menos que se añadieran algunos días extra para tener en cuenta el hecho engorroso de que el año solar consta de 365 días más un cuarto de día. Otra dificultad estaba en que la posición del Sol en el Zodíaco en el equinoccio de primavera variaba gradualmente a lo largo de los siglos. Mil años antes de Cristo, el día 21 de Marzo el Sol estaba entre las estrellas de la constelación de Aries, pero, poco a poco, se desplazó a Piscis, donde se encuentra ahora todos los años en esa fecha. Dentro de unos siglos estará en Acuario —de ahí la frase de la astrología popular de que la Edad de Acuario está al llegar—. Este fenómeno es otro aspecto del movimiento gradual del polo Norte celeste antes mencionado.

Las explicaciones alternativas

Para dar cuenta del movimiento diario del Sol junto con el giro de las estrellas fijas había, en principio, dos explicaciones posibles: o que la Tierra estaba fija y la bóveda celeste daba una vuelta cada día alrededor de ella, o bien al revés, que la Tierra giraba en torno a su eje y la bóveda celeste permanecía fija. Los griegos pronto formularon ambas hipótesis. Pero la explicación por la rotación de la Tierra resultaba insostenible porque contradecía fuertemente al sentido común: vemos claramente cómo el Sol sigue cada día su camino y cómo el cielo nocturno gira sobre nuestras cabezas mientras la Tierra parece yacer inmóvil bajo nuestros pies. Sin embargo había una objeción aparentemente de mucho más peso:

"(...)que una rueda que gira tiene la propiedad de expeler y dispersar las materias adheridas a la máquina. En este hecho muchos fundan la opinión, y Ptolomeo entre otros, que si la Tierra girase con tan grande velocidad, las piedras y criaturas que están sobre ella serían lanzadas al aire y que no habría mortero bastante fuerte para fijar los edificios a sus cimientos de modo que no sufrieran semejante expulsión".
Galileo Galilei: Diálogos sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano. 1630.

El otro movimiento que debía explicarse era, como hemos dicho, el desplazamiento anual del Sol a lo largo de la eclíptica. También cabría interpretar este fenómeno de dos maneras: o bien que el Sol realizaba un movimiento de traslación alrededor de la Tierra o que bien era ésta quien se trasladaba alrededor del Sol. Como antes, la hipótesis del movimiento de la Tierra contradecía el sentido común y otra vez otro argumento con respecto a las consecuencias de su movimiento: Si la Tierra se mueve alrededor del Sol, tendrá que hacerlo a una velocidad bastante grande, y entonces habría una corriente de aire tan fuerte como un viento en la dirección contraria a su movimiento, los objetos que se soltaran desde lo alto caerían en contra del movimiento de La Tierra y los proyectiles tendrían mucho mayor alcance en la dirección contraria del movimiento terrestre, que en la dirección a favor.

Así, pues, la explicación que se aceptó fue que la Tierra estaba en el centro del Cosmos y que el Cielo daba vueltas en torno a ella. Durante la antigüedad y la edad Media el hombre se aferró a la idea de un Cosmos como una unidad cerrada y finita formada por dos regiones radicalmente diferente, el Cielo y la Tierra, regidas por leyes también distintas. Esta fue más una idea metafísica donde el hombre estaba en el centro de la creación, en el mundo sublunar donde todo era imperfecto y corruptible. Más allá del mundo sublunar estaba el mundo de los astros, lleno de perfección e incorruptible, limitado por la esfera de las estrellas fijas, más allá de la cual no existía ni materia ni espacio.

Los postulados de Platón

Parece ser que Platón sentó las bases conceptuales sobre las que se debía asentar cualquier estudio astronómico. Las principales fueron:

A) La Tierra, que es esférica e inmóvil y está en el centro del Universo —geoestaticismo y geocentrismo—
B) Todos los movimientos de los astros deben ser circulares y uniformes
C) Los astros no pueden tener otro movimiento o cambio que ese movimiento circular.

Para Platón —y los pensadores posteriores— los astros en particular y el Cielo en general tenían un carácter divino, ya que es la parte material que más de parece al mundo de las ideas. Puesto que a su juicio éstas son eternas e inmutables, el único movimiento que le puede convenir al Cielo es aquel que más de asemeja a la inmovilidad: el circular y uniforme.

El problema de los planetas

Pero los movimientos del Sol y las estrellas no eran los únicos que había que explicar. Desde la antigüedad eran conocidas unas "estrellas" que no mantenían sus distancia relativa con las demás, sino que se movían siguiendo trayectorias irregulares, y que fueron llamadas planetas. Planeta proviene del griego y significa vagabundo o errante. Los planetas de la antigüedad eran siete: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, El Sol y La Luna. Pero exceptuando al Sol y la Luna, los otros cinco planetas presenta un movimiento anual irregular, observándose ciertas paradas y retrocesos en su movimientos conocidas como retrogradaciones

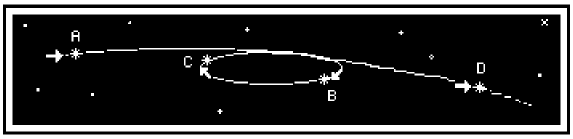


Figura 1. Movimiento retrógrado de uno de los planetas exteriores sobre el fondo estelar

Toda la tarea astronómica a partir de entonces consistió en determinar un modelo explicativo que diera razón de los movimientos observados partiendo de aquellos principios platónicos. Se trataba en definitiva de hallar respuesta a este problema: ¿Qué tipo de movimiento circular y uniforme es el de los planetas que hace que a nosotros nos parezca que se mueven de forma distinta?. Fijémonos pues que para los astrónomos antiguos los planetas no se comportan de manera irregular —es decir, con movimientos no circulares ni uniformes— sino que sólo lo parece aunque sus movimientos sean —para los antigüos— de hecho circulares y uniformes. De lo que se trata por tanto es de buscar algún modelo geométrico que justificase esta no-correspondencia entre lo que realmente sucede y lo que vemos.

El modelo astronómico Ptolemaico

El modelo *geocéntrico* fue caracterizado y completado por Claudio Ptolomeo (138-180 d.C.) Este astrónomo y matemático de origen griego estructuró el sistema y solucionó en parte el problema de los astros errantes o planetas. Ajustar las complicadas trayectorias (no circulares) de los planetas fue la tarea de Ptolomeo. En su obra el *Almagesto,* Ptolomeo introdujo el sistema de **Epiciclos** y **Deferentes** (ver figura 2). Un planeta se caracteriza por tener dos movimientos ligados; uno de ellos es un **epiciclo** o trayectoria circular alrededor de un punto central el cual a su vez gira en torno de la Tierra en una trayectoria también circular denominada **deferente**.

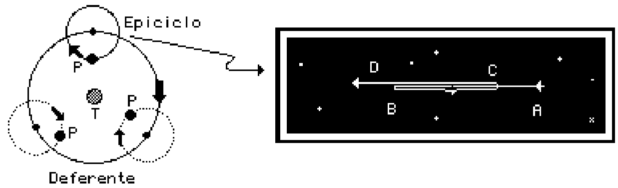


Figura 2. Sistema Ptolemaico de Epiciclos y Deferentes para explicar la retrogradación observada en el movimiento de los planetas. La combinación de los dos movimientos circulares explica este aparente cambio en la dirección, el que se repite varias veces sobre el deferente. Teóricamente, la trayectoria del punto centro del epiciclo vuelve a ocupar el origen despues de un tiempo, sin embargo los datos observacionales no mostraban este hecho y las trayectorias no son cerradas. Esto motivó a Ptolomeo a introducir mas epiciclos y complicar el sistema.

El origen del movimiento epicíclico puede verse muy bien en el desplazamiento de una rueda sobre el suelo o sobre un carril. Un observador situado en el borde de la carretera ve que el eje describe una línea recta, mientras que un punto del perímetro de la rueda describe para él un movimiento ondulado, que en el caso de una rueda normal de automóvil muestra un pico y en el caso de una rueda de ferrocarril, un bucle. En este último caso, el movimiento que interesa es el de un punto situado en la pestaña o corona exterior de la rueda

Esta combinación describe teóricamente los procesos de retrogradación, pero presenta dos inconvenientes al compararse con las observaciones sistemáticas: en primer lugar, no se completan las trayectorias circulares después de varios epiciclos; y en segundo lugar no explica los cambios de brillo —máximo y mínimo— en Venus, Marte y Júpiter, cuya frecuencia debería ser más alta que la observada. Ante estas dificultades los sucesores de Ptolomeo introdujeron una serie de epiciclos (menores) sobre epiciclos y las denominadas excéntricas —desplazamiento del centro de la Tierra— complicando aún más el sistema, sin alcanzar resultados concluyentes.

Con Ptolomeo tenemos el último gran astrónomo de la antigüedad, que junto con Aristóteles marcaron el pensamiento occidental en los campos de la astronomía y la cosmología. El aporte griego al conocimiento libera a la humanidad del mito y la superstición; después de la decadencia de sus métodos de estudio y la destrucción de la célebre Biblioteca de Alejandría, se extiende sobre el pensamiento humano el halo oscuro de la edad media. Transcurrieron trece siglos de historia bajo la autoridad intelectual de la iglesia, en los que no surgieron aportes importantes a las obras de los sabios antiguos. La influencia del pensamiento aristotélico y ptolemaico en la Iglesia Católica y su adopción por la misma —Edad Media y Renacimiento hasta la Edad Moderna— se ve reflejada en un ejemplo literal; Dante Alighieri plasmó dicha concepción en la Divina Comedia, obra donde se nos muestra un conjunto de esferas en donde la humanidad ocupa un lugar intermedio entre las regiones infernales y degradantes, y las regiones del espiritu puro. En la obra de Dante el pecado y la salvación están amoldados al gran plan del universo.

Copérnico. La alternativa heliocentrista

En 1543 —el mismo año de su muerte—, el clérigo, astrónomo y pensador neoplatónico polaco Nicolas Copernico publica en Nuremberg su libro *De revolutionibus orbium caelestium.* El *De revolutionibus* fue escrito por Copérnico con el objeto de solucionar algunos defectos de la astronomía tradicional, de los que destacamos básicamente tres:

a) El callejón en que se hallaba la astronomía medieval, pues según el modelo Ptolemaico, resultaba cada vez más complicado ajustar la teoría con los nuevos datos observacionales: se necesitaban ya más de 80 epiciclos para describir las trayectorias planetarias, de manera que a partir de las mejoras de las observaciones, en vez de haberse resuelto los problemas, se había, en palabras del propio Copérnico, "engendrado un monstruo".
b) La no sitematicidad del modelo ptolemaico, puesto que debía tratar de un modo distinto a cada planeta, lo que iba en detrimento de la unidad y la armonía del conjunto.

c) La artificiosidad de algunos conceptos, como el de punto ecuante —un punto situado fuera del centro de la deferente respecto al cual el movimiento es uniforme— que en vez de explicar la uniformidad de los movimiento planetarios, la violenta.

Todo esto chocaba con el convencimiento de Copérnico de que el Universo, por ser obra divina, debería estar regido por unas leyes matemáticas lo más simples posibles y que tanto la distribución de los astros como sus movimientos debían constituir una unidad armónica y sistemática.

Nicolás Copérnico (1473-1543)

Las innovaciones copernicanas

1. La Tierra no está en el centro del Universo, es un planeta.
2. En el centro del universo está, inmóvil el Sol.
3. Los planetas, con las esferas que los transportan, giran alrededor del Sol según el siguiente orden: Mercurio, Venus, La Tierra, Marte, Jupiter y Saturno.
4. La luna no gira directamente alrededor del Sol, sino que lo hace alrededor de la Tierra.
5. La Tierra está afectada por tres movimientos: rotación, traslación y un tercer movimiento aparente anual del eje de rotación terrestre con objeto de mantenerlo paralelo a sí mismo.
6. La esfera de las estrellas fijas es inmóvil y está muchísimo más alejada de lo que exige el geocentrismo, lo cual explica que no se observe **paralaje estelar**, es decir, el movimiento aparente de la estrella producido por el desplazamiento de la Tierra a lo largo de su órbita y debido al cambio de perspectiva del observador.

De este modo, Copérnico consigue explicar de forma diferente una serie de fenómenos astronómicos como:

a) Muchos de los movimientos que se observan en el Cielo no son propios de éste, sino que son el reflejo de los que efectúa la Tierra. Así, la revolución diaria de la bóveda celeste es una consecuencia óptica de la rotación de la Tierra y el movimiento anual del Sol lo es de su traslación.
b) Los movimientos retrógrados de los planetas son una simple apariencia óptica derivada de sus movimientos directos y de la traslación terrestre. Este fenómeno se explica así de manera simple sin necesidad de ningún artificio: cuando se ve retrogradar un planeta, no es que éste cambie el sentido de su marcha, sino que la Tierra, desde la cual lo observamos, lo adelanta o es adelantada por el planeta (dependiendo de si se trata de un planeta exterior o interior), debido a la diferente amplitud de sus órbita y, por eso, parece que aquél vaya hacia atrás.

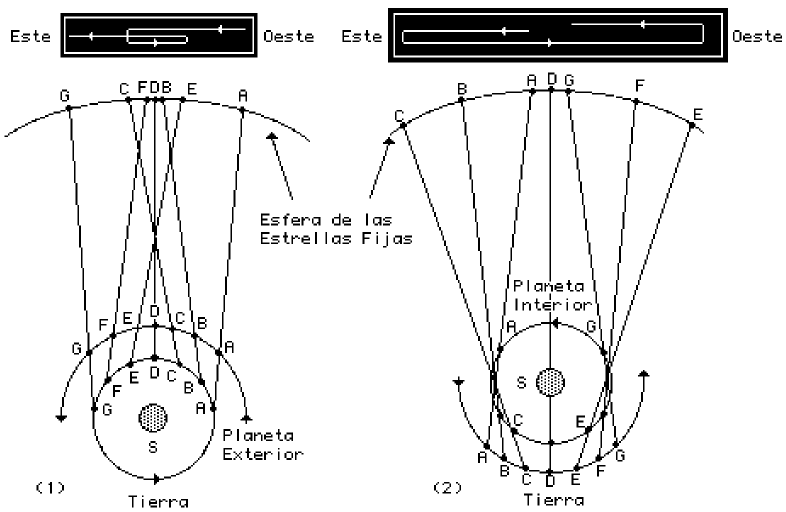


Figura 3. Interpretación del movimiento de retrogradación para planetas exteriores (a) y planetas interiores (b) según el esquema heliocentrista. En ambos diagramas el bucle es debido a que la Tierra se adelanta o se atrasa en

su movimiento al planeta; entre A y C, la proyección en la esfera de las estrellas fijas muestra un movimiento hacia el Este, pero entre C y E aparentemente cambia la dirección de movimiento hacia el Oeste, al final entre E y G el planeta retoma su movimiento hacia el Este.

c) El sistema proporciona una explicación general del universo simple y sistemática: se eliminan los elementos artificiosos (los bucles de los planetas, los puntos ecuantes, etc.) se explican del mismo modo los movimientos de todos los planetas (**sistematicidad**), cosa que, como vimos, no ocurre en el modelo ptolemaico, en el que cada planeta debía tener un tratamiento diferente.

Aspectos tradicionales de la obra copernicana

No obstante, y pese a todas esas importantes diferencias con el modelo anterior, el sistema copernicano tiene todavía muchos elementos, algunos de ellos fundamentales, de la Astronomía y la Cosmología tradicionales, como los siguientes:

- La imagen del Cosmos continúa siendo la misma: una gran esfera (ahora mucho mayor) en cuya superficie interna están fijas las estrellas, aunque a diferencia de los pensadores anteriores, Copérnico consideraba estática esta esfera.
- Su estructura interna es también la misma: un conjunto de esferas concéntricas donde giran los planetas.
- Si bien se eliminan los epiciclos para explicar las retrogradaciones, continuaban utilizándose para explicar la excentricidad de las órbitas, si bien el número de epiciclos se consigue reducir de los 80 necesarios en modelo ptolemaico a sólo 34, lo cual demuestra que Copérnico seguía fiel a los métodos de trabajo de la astronomía tradicional.
- Copérnico sigue completamente dentro de la tradición aristotélica: el éter celeste —sustancia que formaba los cielos—, los cuatro elementos, los lugares naturales a los que tendían los cuerpos — los pesados hacia abajo y los ligeros hacia arriba—, la distinción entre movimientos naturales como el circular uniforme y los violentos como el lanzamiento de una piedra, etc.

Objeciones al modelo copernicano

Desde el punto de vista astronómico, tan aceptable era en principio el modelo copernicano como el ptolemaico pues ambos explicaban los mismos fenómenos casi con la misma precisión cuantitativa. Sin embargo existían una serie de objeciones al movimiento de la Tierra:

- Si la Tierra se mueve, ha de hacerlo con una velocidad muy grande, ¿por qué no lo notamos?
- Si la Tierra rota, ¿por qué la fuerza centrífuga no hace salir despedidos a los objetos que se hayan en su superficie?
- ¿Por qué en su traslación no pierde la atmósfera?
- ¿Por qué no vemos a los pájaros y las nubes quedarse atrás en su vuelo por no poder seguir a velocidad tan enorme?
- ¿Por qué vemos caer los cuerpos verticalmente y no oblicuamente?. ¿Por qué un hombre que da un salto vuelve a caer sobre el punto de partida?
- ¿Por qué siendo la Tierra un cuerpo pesado no se precipita hacia el Sol que ocupa ahora el centro del mundo?

Todas estas objeciones estaban enmarcadas dentro de la física aristotélica, que a veces se ha denominado "física del sentido común". Haría falta una auténtica revolución de las ideas de la física para que las objeciones anteriores perdieran todo su peso. Galileo Galilei fue el hombre que hizo el trabajo de sentar una nueva base de la ciencia del movimiento: la cinemática. Pero mientras esto ocurría, surgieron dos aportaciones básicas a la astronomía protagonizadas por el astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601) y por su colaborador Johannes Kepler (1571-1630).

Las aportaciones de Tycho Brahe

La importancia de Tycho Brahe no proviene de haber realizado ningún avance teórico fundamental, pues nunca aceptó el heliocentrismo, sino de su gran labor observacional: la precisión de sus observaciones y la calidad de los datos astronómicos que recogió llegaron casi al límite de lo que es posible a ojo desnudo, sin la utilización de un telescopio que todavía no había sido inventado. Su localización de los planetas, especialmente las de Marte, fueron la base sobre las que trabajó Kepler para descubrir sus famosas tres leyes.

La precisión de sus medidas le convenció que el modelo ptolemaico no funcionaba, pero sus ideas religiosas le impidieron aceptar que la Tierra fuera un planeta en movimiento y no ocupara el centro del Cosmos, tal y como "le correspondía" según la tradición. Como alternativa adoptó una solución de compromiso, para conciliar la tradición y las Escrituras con los datos científicos, donde la Tierra estaba situada en el centro del Universo con el Sol y la Luna girando alrededor de ésta, mientras los planetas lo hacían alrededor del Sol.

Sin embargo, a pesar de este intento conservador, Tycho contribuyó a la revolución astronómica y cosmológica con dos aportaciones importantes (aparte del cúmulo de observaciones citado):

a) La afirmación de la no existencia de las esferas cristalinas que transportaban los planetas, conclusión a la que llegó estudiando la trayectoria de los comentas.
b) La afirmación de que los cielos no eran inmutables. Ésta fue consecuencia de su estudio de la aparición en el cielo, en el año 1572, de una estrella nueva o "nova" —hoy sabemos que fue realmente una supernova, una tremenda explosión de una estrella moribunda varias veces más pesada que el Sol— más allá de las órbitas planetarias y bien fuera por tanto del mundo sublunar.

Kepler: el descubrimiento de las leyes de los movimientos planetarios

Acabamos de ver que, de aquellos tres postulados platónicos que determinaron los principios de la astronomía antigua, Copérnico abandonó el primero —geocentrismo y geoestaticismo—, y Tycho puso en cuestión el tercero —la inmutabilidad de los cielos—. A pesar de ello tanto Copérnico como Tycho trabajaban todavía con los métodos de la astronomía tradicional y perseguían sus mismos objetivos: hallar combinaciones de movimientos circulares y uniformes para explicar las extrañas trayectorias de los planetas —segundo postulado platónico—.

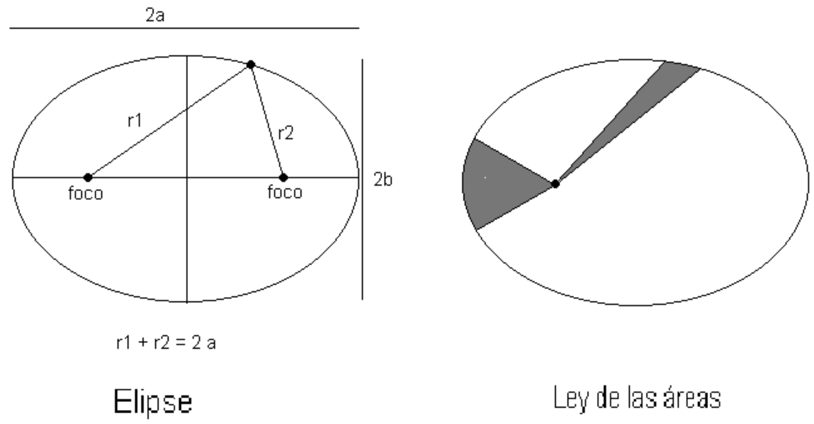
Quien cambió estos objetivos y rompió, por tanto, definitivamente con la astronomía tradicional fue Johannes Kepler (1571-1630). Kepler podría englobarse junto con Copérnico en una tradición intelectual místico-mágica que lo llevó a buscar las proporciones matemáticas, bellas y armoniosas, impuestas al universo por el Dios creador.

El estudio de la órbita de la Tierra desde una perspectiva heliocentrista llevó a Kepler a descartar la hipótesis del movimiento uniforme. Con los nuevos datos de Tycho de la órbita de Marte, Kepler terminó abandonando también el postulado de la circularidad. El enorme trabajo de la reconcilación entre los datos de Tycho y el modelo heliocéntrico llevó a Kepler a publicar en 1609, en el libro *Astronomia nova*, las dos primeras leyes del movimiento planetario. Posteriormente, en 1619 publicaría el libro *Harmonices mundi* —Las armonías del mundo— donde figuraba la tercera ley.

El enunciado moderno de las leyes de Kepler sería:

1. *Los planetas giran en órbitas elípticas con el Sol situado en uno de los focos de la elipse*
2. *La línea recta trazada que une al planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales*
3. *La razón entre el cuadrado de los periodos de rotación de dos planetas cualesquiera es la misma que la razón entre el cubo de sus distancias medias* al Sol.

Figura 4



Kepler intenta además dar una explicación dinámica del porqué los planetas siguen estas leyes. Dentro de la visión de la física aristotélica, creyó que puesto que el movimiento elíptico no puede ser un movimiento natural como el movimiento circular uniforme, se necesita una fuerza que actúe constantemente sobre el planeta para cambiar su movimiento. Postuló por tanto la existencia de unos rayos proyectados por el Sol que arrastraban a los planetas a consecuencia de la rotación del mismo. Esto producía en ellos un movimiento circular de traslación que se convertía en elíptico por efecto de una segunda fuerza. Recogiendo una idea que W. Gilbert había expuesto en *De magnete* identificó esta segunda fuerza con el magnetismo. La consideración de Gilbert de que la Tierra era un gran imán fue extendida por Kepler a todos los cuerpos del Sistema Solar, de manera que el juego de atracciones y repulsiones convertía en elípticas las órbitas inicialmente circulares.

La nueva física de Galileo y la respuesta a las objeciones en contra del movimiento de la Tierra.

En 1633, Galileo Galilei publica una obra divulgativa y propagandista en forma de diálogo titulada *Diálogos sobre los dos sistemas máximos del mundo ptolemaico y copernicano* con una serie de argumentaciones en defensa de la teoría heliocentrista. Para ello tiene que crear una nueva física y un nuevo método de trabajo que sentó las bases del pensamiento científico moderno. Galileo consiguió así responder a todas las objeciones planteadas en contra del movimiento terrestre, formulando lo que se conoce como **principio de relatividad galileano: "un observador que se mueve con velocidad uniforme no observará diferencias en el comportamiento de los objetos móviles respecto a un observador en resposo"**. Esta idea la discute galileo con el siguiente ejemplo, muy propio de la época por cierto en lo que se refiere al medio de transporte:

"(...)Ciérrese usted con algún amigo en la estancia más grande bajo la cubierta de algún gran barco y encierre allí también mosquitos, moscas y otras pequeñas criaturas aladas. Lleve además una gran artesa llena de agua y ponga dentro algunos peces; cuelgue también una cierta botella que gotee su agua en otra botella de cuello estrecho colocada debajo. Entonces, estando el barco quieto observe cómo estos pequeños animales alados vuelan con parecida velocidad hacia todas partes de la estancia, cómo los peces nadan indiferentemente hacia todos los lados y cómo todas las gotas caen en la botella situada debajo. Y lanzando cualquier cosa hacia un amigo, usted no necesitará arrojarla con más fuerza en una dirección que en otra, siempre que las distancias sean iguales, y saltando a lo largo usted llegará tan lejos en una dirección como en la otra. Después de observar estas particularidades creo que nadie dudará que, mientras el barco permanezca quieto, deben ocurrir de esta manera. Haced ahora que el barco se mueva con la velocidad que se quiera, siempre que el movimiento sea uniforme y no oscile en esta dirección y en aquella. Usted no será capaz de distinguir la menor alteración en todos los efectos citados, ni podrá colegir por uno de ellos si el barco se mueve o está quieto. La causa de la correspondencia de los efectos es que el movimiento del barco es común a todas las cosas que hay en él e incluso al aire; yo he supuesto que estas cosas estaban encerradas en la estancia, pero en el caso de que estén en la cubierta al aire libre y no

obligadas a seguir la marcha del barco, se observarían diferencias más o menos notables en algunos de los efectos citados, y no hay duda de que el humo se quedaría atrás como el aire mismo; las moscas y los mosquitos, impedidos por el aire, no podrían seguir el movimiento del buque si estaban separados de él a alguna distancia; pero de mantenerse cerca de él, gracias a que el barco, siendo una estructura anfractuosa, transporta consigo parte del aire cercano, seguirían al barco sin pena ni dificultad (...)"

Para el lector moderno, esto no supone ninguna nueva observación si éste ha viajado alguna vez en un avión. Con respecto al barco se podría haber argumentado que la velocidad no es muy grande y por eso los efectos no son evidentes; pero nuestros jets modernos viajan a velocidades de crucero que suelen sobrepasar los 800 km/h y las cosas suceden tal y como sin estuviésemos en reposo.

Pero Galileo hizo algo más que dar los argumentos teóricos que permitían una Tierra en movimiento. Galileo fue el primer hombre del que tenemos noticia en apuntar un telescopio hacia los cielos y hacer entre otras las siguientes observaciones relevantes:

- La superficie de la Luna era irregular
- Venus presentaba fases como la Luna
- Alrededor de Júpiter giraban cuatro satélites

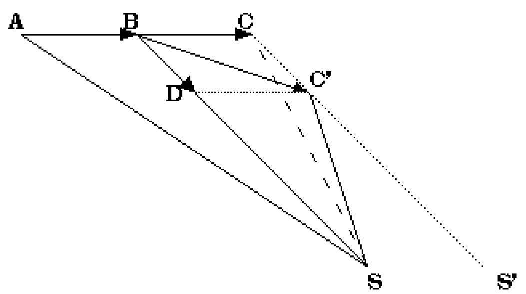
El momento culminante de la revolución científica: la obra de Isaac Newton

Sir Isaac Newton (1642-1727) publicó en 1687 la *obra Principios matemáticos de la filosofía natural* —más conocida como *Principia*— donde establece los famosos tres principios del movimiento y la ley de gravitación universal que constituyeron la primera **teoría física** en el sentido moderno: un conjunto de hipótesis básicas generales (axiomas) de las cuales de pueden deducir explicaciones a una gran variedad de fenómenos cuya relación no era obvia a primera vista. El esquema de Newton unificó la explicación de fenómenos aparentemente tan dispares como la caída de un manzana y el movimiento planetario. Newton se basó en la nueva física galileana y en las leyes de Kepler para producir una teoría que daba una explicación dinámica del movimiento planetario. Los pasos que dio Newton para deducir la ley de Gravitación Universal fueron consecuencia de la acción mutua entre leyes establecidas como el principio de inercia y las leyes de Kepler, nuevas hipótesis como la universalidad de la gravitación, observaciones empíricas como la medida de la distancia a la luna y la aceleración de caída de los cuerpos y deducciones teóricas basas en las propias contribuciones de Newton al cálculo matemático.

Podemos resumir el proceso de deducción de la ley de gravitación universal de la siguiente manera:

a) Los planetas y satélites no están en equilibrio. Una fuerza resultante actúa sobre ellos. Si estuvieran en equilibrio, es decir, si no actuara ninguna fuerza resultante sobre ellos, su movimiento sería en línea recta y no en órbitas elípticas, de acuerdo con la primera ley del movimiento —Principio de Inercia— .
b) Cualquiera que sea la naturaleza o magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre un planeta o sobre un satélite, su dirección, en cada instante, es hacia el centro del movimiento —fuerza centrípeta—. Newton dedujo esta conclusión directamente a partir de la segunda ley de Kepler.

Vale la pena reproducir la prueba de Newton para observar su sencillez y su forma "moderna" de razonar:



Imaginemos un cuerpo que se mueve en la línea recta ABC con velocidad constante. El cuerpo cubre entonces distancias iguales (AB = BC) en tiempos iguales. Los triángulos ABS y BCS tienen la misma área, y la línea que conecta S al cuerpo en las posiciones A, B, C barre por tanto áreas iguales en tiempos iguales.

Imaginemos sin embargo que cuando el cuerpo pasa por la posición B recibe un impulso súbito que crea una fuerza instantánea en la dirección BS. El cuerpo entonces se moverá en una nueva dirección, llegando al punto C' en el instante en el que debería haber estado en C si dicho impulso súbito no hubiera actuado. C' yace en la línea CC'S' paralela a BDS. Así, el área del triángulo BC'S es igual a la del triángulo BCS pues ambos tienen la misma base (BDS) y la misma altura (BC = DC').

Figura 5.

Llegamos entonces a la conclusión de que las fuerzas dirigidas hacia un centro aplicadas en intervalos iguales de tiempo no afectan las áreas barridas por unidad de tiempo. Como no hay ninguna razón restrictiva sobre el tamaño de los intervalos de tiempo, podemos elegirlos tan pequeños como queramos, de modo, que en el límite cuando éstos tienden a cero, la fuerza dirigida al centro se convierte en una fuerza continua de acción centrípeta y la línea quebrada se convierte en una curva uniforme. Finalmente, invirtiendo el argumento, y de acuerdo con Newton, diremos que, puesto que los planetas —según las segunda ley de Kepler— barren áreas iguales por unidad de tiempo, la fuerza que actúa sobre ellos debe ser una fuerza constante dirigida hacia un centro. En el caso de la elipse, este centro de fuerzas es uno de los focos, donde se halla el Sol.

c) Ahora que hemos aceptado que la fuerza está dirigida al centro surge el siguiente problema crucial: si un cuerpo describe una elipse (incluyendo el caso particular de una circunferencia), es necesario determinar la ley de la fuerza centrípeta dirigida al foco de la elipse. Newton demostró con todo rigor matemático que si la trayectoria de un cuerpo es una cónica —ya sea una elipse, circunferencia, parábola o hipérbola—, y si la fuerza centrípeta que actúa sobre él en cualquier instante está dirigida hacia uno de los focos, dicha fuerza es *inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.* Es decir $F \propto 1/r^2$.

En este punto resultaría algo engorroso seguir la demostración general, pero demostraremos que para el caso particular de un planeta en una trayectoria circular y con movimiento uniforme se cumple la tercera ley de Kepler, que podemos escribir matemáticamente como

$$T^2 = K\,R^3 \quad \text{siendo } K \text{ una constante}$$

obtendremos el resultado de que la fuerza tiene que estar como el inverso del cuadrado de la distancia.

La deducción es la siguiente: la aceleración necesaria para mantener a un cuerpo en una órbita circular es precisamente la aceleración centrípeta que se calcula como

$$a_c = v^2/R$$

Pero en un movimiento circular uniforme tendremos que la velocidad puede ser calculada como

$$v = 2\,\pi\,R/T$$

combinando ambas expresiones tenemos que

$$a_c = 4\,\pi^2\,R/T^2$$

y sustituyendo la tercera ley de Kepler obtenemos

$$a_c = 4\,\pi^2/(K\,R^2)$$

Finalmente, la fuerza centrípeta no será más que (aplicando la segunda ley del movimiento) el producto de la masa del planeta *m* por la aceleración centrípeta

$$F_c = m\,a_c$$

apareciendo el resultado buscado de que la fuerza de atracción solar sobre un planeta varía como el inverso del cuadrado de la distancia.

Una primer indicio de que este resultado es satisfactorio, no sólo para el Sistema Solar, sino para cualquier sistema donde actúe la fuerza de la gravedad, podemos obtenerlo de calcular la aceleración a la que está sometida la Luna y compararla con la aceleración de la gravedad en las inmediaciones de la superficie terrestre. Sabiendo que el periodo de traslación de la Luna es de *días* y que la distancia media al centro de gravedad terrestre es de unos *384,000 km* hallamos que la aceleración a la que está sometida la Luna en su órbita es

$$a_c = 4\,\pi^2\, R/T^2 = 39.5\times 384000000m/(28\times 24\times 3600)^2 \sim\ 0.0026\ m/s^2$$

que comparada con el valor de $g = 9.81\ m/s^2$ tenemos que es unas 3770 *(9.8/0.0026)* veces menor. El radio de la Tierra es de unos *6380 km* y la relación entre los cuadrados de la distancia es entonces

$$384000^2/6380^2 = 3623$$

Por tanto, y teniendo en cuenta que se trata de una simple estimación, los números sólo difieren en un 4% y parecen perfectamente compatibles con la ley del inverso del cuadrado de la distancia.

Isaac Newton se basó en las consideraciones hechas en los comentarios precedentes para establecer la ley que caracterizaba a la gravedad de la siguiente manera

$$F_{m-M} = G\frac{m\,M}{r^2} \qquad \textbf{Ley de Gravitación Universal}$$

Siendo $\boldsymbol{F_{m-M}}$ la fuerza de gravedad con la que se atraen dos masas de magnitud ***M*** y ***m***; ***r*** la distancia entre los centros de las masas y **G** una constante que tenemos que medir y que se conoce como constante de gravitación universal. Ya habíamos indicado cómo llegamos a la sospecha de que la fuerza debería disminuir con el cuadrado de la distancia. El producto de las masas ***M*** y ***m,*** que aparece en el numerador de la expresión anterior parece lógico por dos razones:

1. las masas mayores producirán gravedades de mayor magnitud y la manera más sencilla de hacerlo sería que este aumento sea proporcional
2. el hecho de poner las dos masas de esa forma garantiza que la fuerza de atracción sea igual desde el punto de vista de ambas masas, es decir, la fuerza con que la masa ***M*** atrae a la masa ***m*** es exactamente la misma que la fuerza que produce ***m*** sobre ***M*** —tercer principio de la dinámica—

Pesando la Tierra

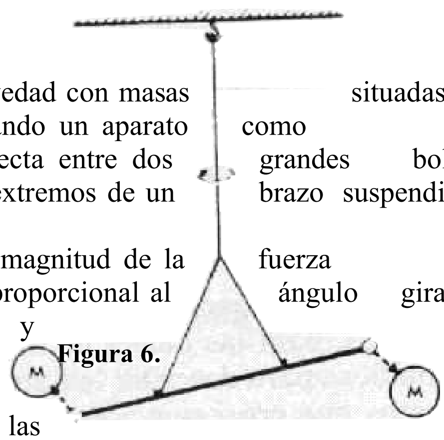


Figura 6.

El primer hombre que midió la fuerza de la gravedad con masas situadas en un laboratorio fue Henry Cavendish (1731-1810) utilizando un aparato como el esquematizado en la figura Cavendish midió la fuerza directa entre dos grandes bolas fijas de plomo y dos bolas más pequeñas de plomo en los extremos de un brazo suspendido de una fibra muy fina, conocida como *fibra de torsión*.

Midiendo cuánto se tuerce la fibra se puede estimar la magnitud de la fuerza —utilizando una especie de ley de Hooke donde la fuerza es proporcional al ángulo girado—, verificar que depende del cuadrado de la distancia y determinar su intensidad.

De las medidas de Cavendish se dedujo que la constante G debe valer $6.67\cdot 10^{-11}$ si las masas se expresan en kg y las distancias en metros.

El mejor valor que tenemos para **G** (medido en el año 2000) es $6{,}67392\times 10^{-11}$ con un error del 0,0014%. Por cierto, ese error en la medida de **G** es *el mayor* de todas las 25 constantes físicas fundamentales (debido a que la gravedad es una fuerza muy débil y a la precisión limitada de los aparatos para medirla). De todos modos ese error es muy pequeño comparado a lo habitual en cada día: el 0,0014% es, por ejemplo, equivalente a conocer la altura de una persona de 1,70 m con precisión de 2 centésimas de milímetro.

Con el valor de la constante de gravitación podemos ahora determinar la masa de la Tierra igualando el peso de un objeto de masa m con la fuerza gravitatoria a la que está sometido dicho objeto en la superficie de la Tierra como

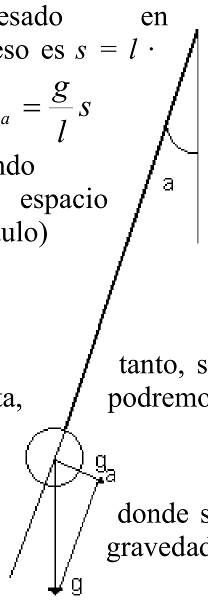
$$m\, g = G \frac{m\, M}{R^2}$$

y despejando la masa de la Tierra M

$$M = g\, R^2/G = 9.8\times(6380000)^2/(6.67\ 10^{-11}) = 5.98\ 10^{24}\ kg$$

Medida de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre

Un método bastante preciso para medir la aceleración de la gravedad consiste en utilizar un péndulo, es decir, un peso atado a un cordel. Se puede observar en la **figura** , que la aceleración que va en la dirección del movimiento de la masa viene dada como $g_a = g \cdot sen\ a$.
Si el ángulo a es pequeño, el seno del ángulo puede sustituirse aproximadamente por el ángulo expresado en radianes. Si además tenemos en cuenta que el arco de circunferencia que barre el peso es $s = l \cdot a$, donde l es la longitud del cordel, nos queda en definitiva que:



$$g_a = \frac{g}{l} s$$

Cuando tengamos una expresión donde la aceleración del movimiento es proporcional al espacio recorrido, estamos ante un movimiento de tipo oscilatorio (como el del péndulo) con un periodo (o tiempo en el que tarda en ir y volver) dado por

$$T = 2\pi \sqrt{l}$$

Por tanto, si hacemos algunas medidas con un péndulo, y calculamos el tiempo de ida y vuelta, podremos hacer una estimación de la aceleración de la gravedad como:

IN CRUSTAR Equation.3 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$

de donde se puede obtener un valor tan preciso como 9.8 m/s^2 para la aceleración de la gravedad.

En definitiva, con un péndulo simple y el resultado del experimento de Cavendish, hemos pesado la Tierra.

Movimiento de satélites

Estudiemos a continuación y cualitativamente el tipo de trayectorias que puede tener un objeto que se mueve bajo la acción gravitatoria de otro objeto de mayor masa: es lo que llamamos un satélite. Supongamos para ello como ejemplo que queremos situar un satélite artificial en una órbita perfectamente circular. Ya hemos visto que para mantener un cuerpo en una órbita circular de radio *R* es necesario que la relación entre la aceleración y la velocidad sea exactamente:

$$a = v^2/R$$

A una distancia *R* del centro de la Tierra, un cuerpo que gire estará sometido a una aceleración gravitatoria dada por:

$$a = G\,M/R^2$$

Donde *M* es la masa de la Tierra. Si igualamos ambas aceleraciones, podemos obtener una relación entre la velocidad y el radio de la órbita dada por:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{g\,R}$$

Para un cuerpo en las cercanías de la superficie terrestre, tenemos que $g = 9.81 m/s^2$ y $R = 6380\ km$, y por tanto esta velocidad es

INCRUSTAR Equation.3 $v = \sqrt{9.81\times 6380000} =$ 7900 m/s = 7,9 km/s

que es la velocidad mínima que hay que imprimir a un cuerpo (despreciando el rozamiento del aire) en las inmediaciones de la superficie terrestre para que éste no caiga al suelo, sino que de vueltas en una trayectoria circular alrededor de la Tierra sin caer.

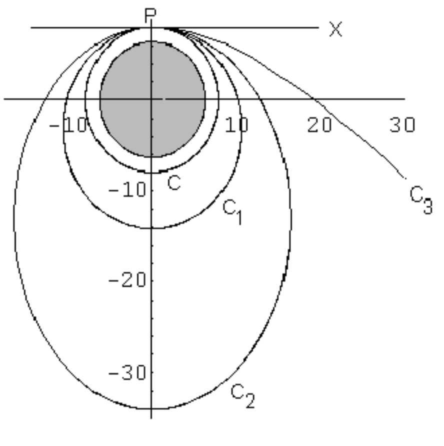


Figura 7.

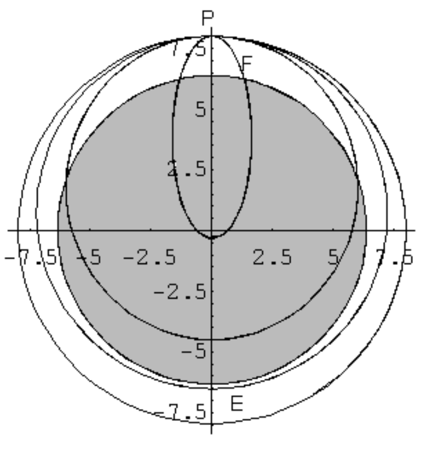


Figura 8.

(circunferencia ***C*** de la **figura 7**). Si imprimimos al cuerpo una velocidad ligeramente superio, éste empezará a alejarse de la Tierra, pero la gravedad terminará venciendo y lo traerá de nuevo al punto de partida, de tal manera que el objeto describirá una elipse (curvas C_1 y C_2) con su perigeo —punto de máximo acercamiento— en el punto ***P*** y con uno de sus focos en el centro de la Tierra. Cuanto mayor es la velocidad inicial del objeto, más alargada es la elipse y más lejos se halla el apogeo —punto de máximo alejamiento— de la órbita.

En el caso extremo de llegar a una velocidad denominada velocidad de escape, el objeto seguirá una trayectoria abierta del tipo $\mathbf{C_3}$, que tiene forma parabólica y nunca regresará al punto de partida. Esta velocidad es exactamente

$$velocidad\ \ de\ escape = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}}$$

expresión que será justificada más adelante.

En el caso de que partamos de las inmediaciones de la superficie terrestre la velocidad de escape es de aproximadamente 11.2 km/s. A medida que aumentamos la velocidad por encima de la velocidad de escapae, la trayectoria es una parábola más abierta que se va aproximando a la línea recta ***X*** de la **figura 7**.

Examinemos ahora lo que ocurriría en el caso de que las velocidades fuesen menores que la necesaria para una órbita circular. En dicho caso el objeto empezaría a acercarse a la Tierra. Si la velocidad todavía es lo suficientemente grande para que el apogeo de la órbita se encuentre por encima de la superficie terrestre (como es el caso de la elipse ***E***, **figura 8**), el satélite puede teóricamente mantenerse dando vueltas a la Tierra (despreciando el rozamiento del aire). Pero para velocidades pequeñas el satélite terminará por encontrarse con la superficie terrestre y caer irremediablemente (como es el caso de la órbita ***F***). Esto no sucedería si la Tierra fuese lo suficiente pequeña como para que toda su masa estuviera concentrada en un radio muy pequeño Cuanto menor es la velocidad del satélite en el perigeo, tanto más se acercará el apogeo al centro de la Tierra. Si el objeto está animado con velocidades "terrestres" del orden de unas decenas de metros por segundo, la parte de la elipse que se encuentra por encima de la superficie terrestre es prácticamente indistinguible de una parábola. Recuerda que el tiro de un proyectil se decía que la trayectoria era una parábola. Ahora descubrimos que esto era sólo una aproximación, puesto que habíamos supuesto que la aceleración de la gravedad era siempre vertical. Pero ahora sabemos que esta apunta hacia el centro de la Tierra, y debido a la curvatura de la superficie, su dirección varía de un punto a otro. Cuando lanzamos proyectiles que hacen recorridos modestos, de digamos unos pocos kilómetros como mucho, la aproximación es tan buena como de menos de 3 partes en diez mil. Pero en misiles de largo alcance se pueden recorrer distancia del orden de centenares de kilómetros. Cada 111 km, la aceleración de la gravedad varía aproximadamente 1º en dirección, por lo que hay que considerar la trayectoria como un segmento de elipse y no como una parábola si queremos una buena estimación de lo que realmente ocurre.

¿Una teoría definitiva de la gravedad?

Con la teoría newtoniana de la gravitación se pudo explicar cuantitativamente fenómenos como la precesión de los equinoccios, el movimiento de las mareas y se pudo predecir la órbita de cometas y la existencia de nuevos planetas a partir de las perturbaciones gravitatorias que producían estos en el movimiento de los restantes planetas. Así en 1846 se descubrió Neptuno después de buscarlo justo donde predecía su existencia la teoría.

Pero la prueba irrefutable del valor de la teoría newtoniana de la gravedad es que utilizando sus reglas hemos puesto satélites en órbita, visitado la luna y enviado sondas planetarias con precisión hasta los confines del Sistema Solar. Piensa que un viaje a Neptuno puede representar un recorrido de unos 5,000 millones de kms para acercarse a un objeto que sólo tiene unos 51,000 km de diámetro. El Equivalente Terrestre consistiría más o menos en disparar una bala a 100 km de distancia y acertar en un blanco de 1 m de diámetro.

Este éxito sin precedentes llevó a los físicos del siglo pasado a pensar en que la mecánica newtoniana y su teoría de gravitación constituían las leyes básicas de un universo que veían como un mecanismo de relojería cuyos engranajes funcionaban la ritmo que le marcaban las leyes de Newton: el Universo Mecánico. Y que a medida que mejoraran las técnicas de cálculo podrían en principio predecir cualquier fenómeno mecánico. Sin embargo existían algunos puntos oscuros en la teoría de la gravedad newtoniana:

1. ¿Cuál era exactamente el mecanismo que producía la gravedad?
2. ¿Cómo se influían los cuerpos a distancia y cómo podía ser esta interacción instantánea?. Esta cuestión está relacionada con los problemas que dieron origen a la teoría especial de la relatividad.

3. Además de un problema observacional que consistía en una pequeña diferencia entre el cálculo de la precesión del perihelio de la órbita del planeta Mercurio y su valor observado.

Albert Einstein resolvió de manera satisfactoria todos estos problemas con la formulación de la teoría general de la relatividad completada aproximadamente sobre 1916, una nueva teoría de la gravitación que nos sumergiría en un nuevo mundo donde existe una interconexión profunda entre la fuerza de gravedad y el sentido de las medidas de distancias y tiempos.

Información sobre el Sistema Solar

	Distancia (AU)*	**Radio** (Tierras)	**Masa** (Tierras)	**Rotación** (días)	**Lunas**	**Inclinación Orbital**	**Excentricidad Orbital**	**Densidad** (grs/cm^3)
Sol	0	109	332,800	25-36	9	---	---	1.410
Mercurio	0.39	0.38	0.05	58.8	0	7	0.2056	5.43
Venus	0.72	0.95	0.89	244	0	3.394	0.0068	5.25
Tierra	1.0	1.00	1.00	1.00	1	0.000	0.0167	5.52
Marte	1.5	0.53	0.11	1.029	2	1.850	0.0934	3.95
Júpiter	5.2	11	318	0.411	16	1.308	0.0483	1.33
Saturno	9.5	9	95	0.428	18	2.488	0.0560	0.69
Urano	19.2	4	15	0.748	15	0.774	0.0461	1.29
Neptuno	30.1	4	17	0.802	8	1.774	0.0097	1.64
Plutón	39.5	0.18	0.002	0.267	1	17.15	0.2482	2.03

*AU es la unidad astronómica tomada como la distancia Tierra-Sol y que es de unos 150 millones de kilómetros.

Cuestiones y ejercicios:

1. Describir brevemente las distintas teorías que se han sucedido a lo largo de la historia para explicar la estructura del Sistema Solar.
2. Si la fuerza con que la Tierra atrae a la Luna es del mismo tipo que la que hace que caiga una piedra lanzada hacia arriba, ¿por qué la Luna no "cae" sobre la Tierra?. Justifica tu respuesta.
3. ¿Cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se leva desde el nivel del mar hasta una altura igual al doble del radio terrestre?
4. Leer el siguiente texto detenidamente:

"Entre el movimiento de una bola de cañón lanzada horizontalmente y el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, no existen diferencia esenciales (si el rozamiento fuera despreciable); se pueden estudiar utilizando las mismas leyes físicas, sobre ambos actúa únicamente la fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra... Incluso si la bola se lanzara con mucha velocidad (y no chocara con obstáculo alguno), llegaría a describir órbitas alrededor de la Tierra del mismo modo que la Luna"

Comenta estas frases, razonando pormenorizadamente si se está o no de acuerdo con ellas.

5. Comenta la siguiente afirmación: "Un astronauta en un satélite en órbita terrestre se encuentra en estado de ingravidez, no pesa".
6. Representa las fuerzas que deben actuar sobre la Luna que gira alrededor de la Tierra. Idem para un proyectil que se lanza desde la superficie Terrestre, y termina cayendo sobre ella. Representa también las fuerzas de reacción correspondientes. ¿Por qué la Luna no cae sobre la Tierra como el proyectil?.
7. Existen satélites llamados goestacionarios, cuyo período de rotación alrededor de la Tierra es de 24 horas. ¿Es posible que dicho satélite esté fijo sobre la vertical de un punto cualquiera del globo?.
8. Explica lo que nos indica la ley de gravitación universal?. ¿A qué científico se debe?
9. Lee atentamente el siguiente texto: La oposición a la revolución copernicana:

"El modelo heliocéntrico fue muy atacado durante más de cien años. Entre los argumentos de tipo físico contra el movimiento de la Tierra se pueden señalar los siguientes: los objetos, incluída la atmósfera, saldrían despedidos; un objeto dejado caer verticalmente desde una torre chocaría con la pared o se alejaría de ésta; se observaría paralaje de las estrellas fijas, etc.

En contra del modelo se utilizaron, además, textos de la Biblia como el que afirma que el Sol se detuvo (Josué 10,13). Esta interpretación literal de la biblia se ha continuado utilizando en contra de las teorías científicas sobre el origen del hombre o la edad de la Tierra.

Pero los defensores del geocentrismo no se limitaron a los argumentos, y sus oponentes fueron sometidos a persecuciones. Aunque Copérnico se libró de ellas al publicar su libro el mismo año de su muerte, Martín Lutero le tachó de loco y hereje y la iglesia católica incluyó las Revoluciones en el "Índice de libros prohibidos".

Giordano Bruno, con su defensa de la infinitud del Universo y de la existencia de un gran número de mundos habitados, no se limitaba a sustituir el geocentrismo por el heliocentrismo, sino que eliminaba todo tipo de antropocentrismo. Fue sometido a torturas para que abjurase y al no hacerlo, fue quemado vivo en la hoguera en el año 1600.

Al publicar Galileo en latín observaciones astronómicas a favor del sistema copernicano en el libro *Sideros Nuncius* (1610), fue advertido por la inquisición, que prohibió publicar sobre dicho tema.

Cuando en 1632 publica su *obra Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo*, en italiano y en forma de diálogo, haciéndola accesible a la sociedad, s einicia su persecución pese a su edad avanzada. Fue juzgado por la Inquisición, amenazado con tortura, obligado a renunciar a sus ideas (su abjuración fue leída públicamente en todas las iglesias de Italia) y confinado, hasta su muerte en 1642, en una villa del campo. En este encierro escribió *Discursos y demostraciones sobre dos nuevas ciencias pertenecientes a la mecánica y al movimiento global* que se publicó en Holanda, dado que en Italia sus libros estaban prohibidos.

El Diálogo fue incluido en el "Índice", donde permaneció junto al de Copérnico y otro de Kepler hasta 1835. Esta condena de las teorías de Galileo se ha prolongado hasta la actualidad. El Vaticano no anunció hasta 1968 la conveniencia de anularla y la he hecho efectiva en 1992.

Otros científicos eludieron las persecuciones indicando que el sistema heliocéntrico era más eficaz para hacer los cálculos, pero no era un modelo de la realidad, postura similar a la mantenida en este siglo por los positivistas".

a) Intenta refutar los argumentos, tanto ideológicos como científicos que se utilizaron contra el modelo heliocéntrico
b) Busca más información bibliográfica sobre los casos Galileo, Bruno, etc. ¿Conoces otros científicos que hayan sido objeto de persecución en fechas más recientes?

10. Explica por qué es incorrecta la siguiente frase: "La Luna, en movimiento de rotación alrededor de la Tierra, está en equilibrio porque la fuerza hacia fuera que actúa sobre la Luna debida a su movimiento equilibra exactamente la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre ella".

11. El telescopio permitió a Galileo observar la existencia de cráteres y montañas en la Luna, y descubrir satélites en Júpiter entre otros hechos. ¿Por qué estas observaciones supusieron un importante apoyo a la teoría heliocéntrica?.

12. Justifica por qué no caen más rápidamente los cuerpos con mayor masa si la fuerza que ejerce la Tierra sobre los mismos es proporcional a su masa.

13. Un cuerpo de 5 kg de masa se encuentra a 1 m de otro de 2 kg. ¿Cuál es la fuerza gravitacional:

a) que el cuerpo de 5 kg ejerce sobre el de 2 kg
b) la que ejerce el de 2 kg sobre el de 5 kg

Si los dos cuerpos pueden moverse libremente, ¿qué aceleraciones adquieren suponiendo que sobre ellos no actúan otras fuerzas mas que las ejercidas por efecto de la atracción mutua?.

14. Los astrólogos afirman que existe una influencia de los astros en el momento del nacimiento. Comparar la fuerza gravitatoria producida por el planeta Júpiter sobre un bebé de 4 kg de masa y compararla con la producida por el médico (masa de 70 kg) situado a 10 cm durante el parto. ¿Cuál es tu conclusión?.

15. Calcular la relación que existe entre el peso de un cuerpo en un planeta de masa M y radio R, y el peso del mismo cuerpo en otro planeta cuya masa es 16 veces mayor y su radio 4 veces mayor.

16. Nuestro Sol, que está en la periferia de nuestra Galaxia, tarda un tiempo T en dar una vuelta completa en torno al centro de la misma. Asignando una masa M a nuestra Galaxia y una masa m a nuestro Sol, obtener una expresión matemática que proporcione la distancia desde el Sol al centro de la Galaxia. Suponer que la órbita del Sol es circular y que la masa de la Galaxia está concentrada principalmente en su centro.

17. Determinar la masa del planeta Saturno cuyo satélite Gamínides tiene un periodo de traslación T = 7,15 días y se haya a una distancia del centro de Saturno r = 1,07 10^6 km

18. ¿Qué radio de órbita debe tener un satélite artificial de 200 kg que circunda a la Tierra a la velocidad de 5434 m/s?
19. Si un péndulo tiene en la Tierra un período de 2 s, ¿qué período tendrá en Marte?
20. La distancia media Tierra-Sol es de 1,5 10^8 km. Calcular la masa del Sol.
21. ¿Con qué fuerza atrae a la Tierra una persona que pesa 700 N?. ¿Por qué?. ¿Dónde se encuentran aplicadas dichas fuerzas?
22. El primer satélite español "Minisat" lanzando el pasado abril del 97 desde las Islas Canarias, tiene un periodo de revolución alrededor de la Tierra de 1,5 horas.

a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre dicho satélite una vez colocado en su órbita
b) Calcular el radio de su órbita
c) ¿Cuál es su velocidad lineal en torno a la Tierra?

23. Alrededor de la Tierra giran algunos satélites artificiales con la misión de retransmitir señales de radio y de TV de un continente a otro. Estos satélites geoestacionarios parecen estar inmóviles con respecto a un determinado punto del ecuador.

a) ¿Necesitan tener los motores encendidos para mantenerse en órbita?. ¿Por qué?.
b) Hallar el periodo de su movimiento
c) Hallar a qué altura sobre la superficie terrestre debe situarse.

24. Calcular a qué distancia del centro de Marte tendríamos que situarnos para estar sometidos al mismo peso que se experimente en la superficie terrestre.
25. a) El radio de la órbita de Saturno es de 1,43 10^{12} m y su período de traslación de 10763,89 días. ¿Cuál es el periodo de traslación de Neptuno que dista 4,5 10^9 km del Sol?
b)¿A qué distancia del Sol debería encontrarse un asteroide cuyo período de traslación fuese de 7,5 años?
26. El diámetro del Sol es 109 veces el de la Tierra y la aceleración de la gravedad en la superficie solar es 27 veces la de la superficie terrestre. ¿Cuántas veces es mayor la masa del Sol que la de la Tierra?.
27. Estudiando Saturno, observamos que su satélite más grande, Titán, se encuentra a 1161562 km de la superficie del planeta y posee un período de revolución de 15,945 días. Hallar: a) La masa de Saturno. b) La velocidad de traslación de Titán.
28. Utiliza la ley de gravitación universal para deducir el valor de la constante K de la tercera ley de Kepler para los siguientes sistemas gravitatorios:

a) Tierra-Luna
b) Sistema Solar
c) Jupiter y los cuatro satélites galieanos

28. Se puede definir un agujero negro como un objeto que tiene una velocidad de escape desde su superficie igual a la velocidad de la luz. Calcula qué tamaño tendría que tener un objeto de la misma masa que la Tierra para comportarse como un agujero negro.

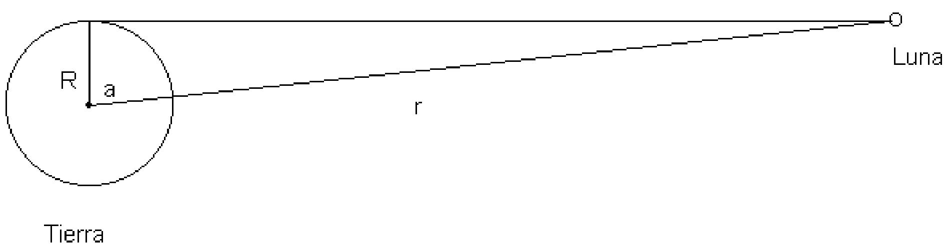
Apéndices

¿Cómo se han estimado las distancias?

En este bloque hemos utilizado una serie de números como el radio terrestre, la distancia a la Luna y el periodo de traslación de ésta alrededor de la Tierra. ¿Cómo se han obtenido estos números?.

La primera estimación precisa del tamaño de la Tierra la hizo el gran geógrafo de la antigüedad Eratóstenes (276?-195? a..C.). Eratóstenes había oído relatos de viajeros que decían que a mediodía del 21 de junio el sol no arrojaba sombra en un manantial de Syene (la moderna Assuán), y que por consiguiente su luz caía perpendicularmente sobre las cabezas de los observadores. Él, por su parte, sabía que en Alejandría (donde residía) el sol siempre arrojaba sombra. Por los datos que tenía consideró que Syene estaba justo al sur de Alejandría. Se le ocurrió entonces que si podía medir la longitud de la sombra del sol en Alejandría a la hora en que no había sombra en Syene, podría calcular la circunferencia de la Tierra. El 21 de junio Eratóstenes midió la sombra de un obelisco de Alejandría y mediante simple geometría calculo que la sombra proyectada correspondía a una desviación de los rayos solares respecto a la vertical de 7º 14'. Esto corresponde a 1/50 de la circunferencia total de la Tierra (360º). La circunferencia de la Tierra era por tanto igual a 50 veces la distancia que mediaba entre Syene y Alejandría. Pero, ¿Cuál era esa distancia?. Él sabía, por los viajeros, que los camellos necesitaban unos 50 días para cubrirla, y que un camello recorría cien estadios en un día. La distancia entre Syene y Alejandría era por la tanto de cinco mil estadios (50×100). Eratóstenes calculó por tanto que la circunferencia de la Tierra era de doscientos cincuenta mil estadios (50×5000). No estamos seguros de cuál es el equivalente exacto entre los estadios y los metros, pero los mejores cálculos otorgan unos 185 metros de largo. El "estadio griego", del cual proviene nuestra palabra estadio, era una carrera pedestre que tenía precisamente esa longitud. Según estos cálculos, Eratóstenes llegó a la conclusión de que la circunferencia terrestre medía unos 46.190 kilómetro, cifra que sobrepasa a la medida actual en un 15%, pero la esta estimación fue la más precisa que se ha hecho hasta los tiempos modernos.

¿Cómo se puede calcular la distancia que nos separa de la Luna?. Bien, el truco es similar al que empleó Eratóstenes. Tenemos que averiguar por ejemplo en qué lugar de la Tierra la Luna está saliendo por el horizonte y en qué lugar se halla justo sobre nuestras cabezas. La situación queda representada en la siguiente figura.



El triángulo formado por el centro de la Tierra, el lugar donde la Luna es vista en el horizonte y la propia Luna es rectángulo. Conocemos el radio de la Tierra y podemos estimar el ángulo *a* que es de 89.05º. Por simple trigonometría tenemos que:

$$r = \frac{R}{Sen(90^o - a)} = \frac{6300km}{Sen(0.95^o)} = 380000km$$

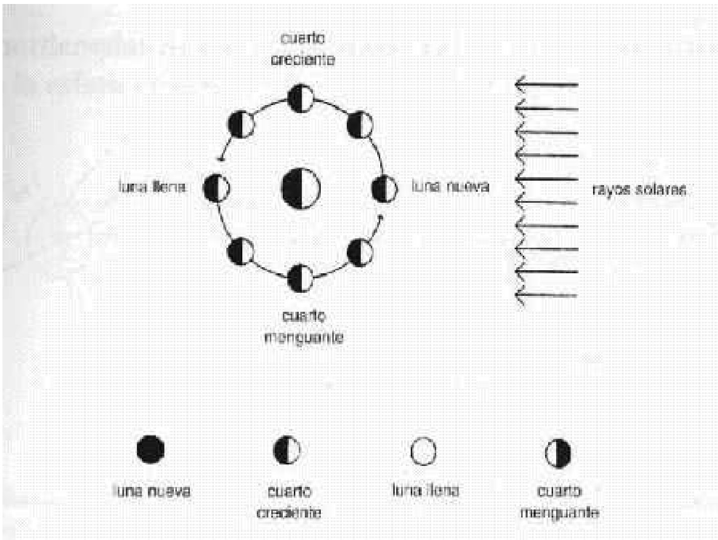
Por supuesto que los cálculos anteriores son una artimaña para que la cosa sea sencilla. Resulta obviamente más sencillo de medir si elegimos dos puntos arbitrarios sobre la Tierra a lo largo del mismo meridiano aproximadamente y medimos la diferencia de ángulos de la Luna con respecto a la vertical. Pero en este caso el cálculo trigonométrico es un poco más complejo. Como siempre, queda como ejercicio para los lectores con más conocimientos matemáticos.

Una vez conocida la distancia que nos separa de la Luna, resulta bastante sencillo dar una estimación de sus dimensiones. El diámetro aparente de la Luna es de aproximadamente medio grado. Por tanto, su radio se puede calcular como:

$$radio\ lunar = 380000km \cdot tan(0.25^o) \cong 1660km$$

Una estimación más precisa nos llevaría a unos 1738 km, pero nuestro error del 4.5% es una medida bastante aceptable.

Por último, el tiempo que tarda la Luna en dar una vuelta alrededor de la Tierra puede ser estimado a partir de la repetición de las fases lunares. Este fenómeno se produce cada aproximadamente 29 días, aunque varía en cada mes lunar, del que deriva nuestro mes del calendario.



Explicación de las fases lunares

La distancia a la estrellas

¿Qué ocurre con las estrellas?. ¿Qué son y dónde se encuentran?. Los griegos asumieron que las estrellas se encontraban en una esfera alrededor de la Tierra con un radio muy grande. ¿Por qué sabían que la distancia debía ser grande?. La respuesta es que no se observa un fenómeno conocido como paralaje estelar. Haga el lector la siguiente experiencia: apunte con un dedo extendido a un objeto que se encuentre en el fondo de la habitación donde se halle y luego abra y cierre alternativamente cada ojo. Verá que la posición del dedo parece cambiar con respecto al objeto de fondo. Esto es consecuencia de que los ojos están separados y ven el objeto desde ángulos diferentes. Los antiguos observadores del cielo nunca veían que las estrellas cambiaran de posición. Ese fue un buen argumento en contra del movimiento terrestre. Pero una vez aceptamos que la Tierra está en movimiento sólo nos queda la alternativa de explicar la ausencia de paralaje diciendo que las estrellas deben estar muy lejos; pero ¿cuán lejos?. En la época de Kepler, las observaciones disponibles podían alcanzar el medio minuto de arco de precisión.

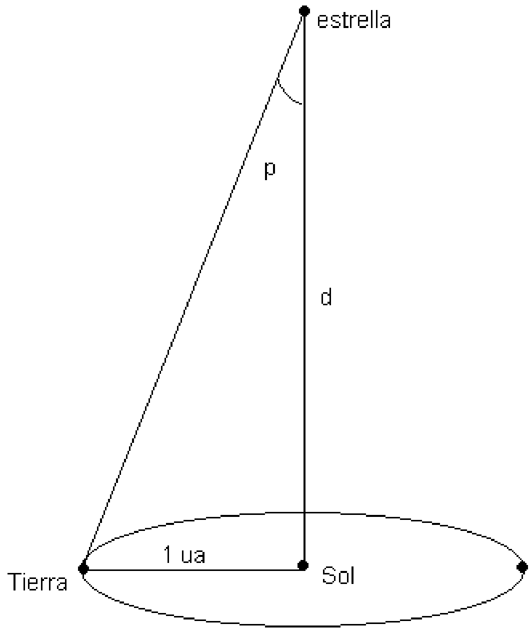
De la **figura** podemos relacionar la distancia d de la estrella con el ángulo p de paralaje como

$$d = \frac{1}{tan\left[p\right]}$$

para un paralaje de 1/4 de minuto de arco, es decir 1/240 de grado, tenemos

$$d = \frac{1}{tan\left[1/240\right]} = 6875\,ua$$

es decir, unas 13751 veces la distancia Tierra-Sol. Si recordamos que 1 *ua* equivale a 149,6 millones de km y multiplicamos nos podemos dar cuenta de la inmensidad de esta distancia. Las estrellas tienen que estar al menos tan lejos como indica esta cantidad.



Los astrónomos suelen utilizar una unidad para medir las distancias estelares, el *parsec*. Un parsec (abreviado *pc*) es la distancia a la que una estrella presentaría un paralaje de un segundo de arco, esto es 1/3600 grados. Sustituyendo en la expresión anterior obtenemos

1 pc = 206265 ua.

Una unidad más intuitiva es el tiempo que la luz tarda en recorrer una determinada distancia. La luz recorre aproximadamente unos 300,000 km/s, con lo que hace la distancia Sol-Tierra en un poco más de 8 minutos. La luz recorre en 1 año unos 10 billones de km; a esa distancia se le conoce como un año-luz obviamente y se abrevia *al*.

1 al = 63271 ua y 1 pc = 3.26 al

Hoy en día podemos medir paralajes con una precisión de hasta unas 3 milésimas de segundo de arco (gracias a los datos del satélite Hipparcos) , lo que permite calcular la distancia hasta estrellas que no estén mucho más allá de unos 1000 *al*. La estrella más próxima a la Tierra que se ha medido es Alpha Centauri, la estrella más brillante de la constelación del Centauro, que presenta un paralaje de poco más de 3/4 de segundo de arco, lo que se traduce en una distancia de unos 4.3 *al*.

La Tierra no es una esfera perfecta

Si la Tierra gira, el material estará sometido a una pequeña fuerza en la dirección perpendicular al eje de giro (fuerza centrífuga) que deformará el planeta en una cantidad que dependerá de la estructura de los propios materiales que la componen. La medición de esta deformación sería otro dato a favor del movimiento de rotación de la Tierra. En 1736-37, el matemático francés Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759) organizó una expedición a Laponia para medir la longitud de un grado del meridiano. La cuestión quedaba zanjada: la Tierra es un esferoide achatado por los polos. La circunferencia de la Tierra medida en el ecuador es de un poco más de 40.076 km y medida a través de los polos es de unos 39,945 km, lo que significa que la Tierra se desvía de la esfericidad perfecta en menos del 3,4 por mil. En otras palabras, la suposición que hemos empleado hasta ahora de la esfericidad perfecta de la Tierra está perfectamente justificada.

La inclinación del eje de rotación terrestre y el fenómeno de las estaciones.

El eje de rotación de la Tierra está inclinado unos 23,5º aproximadamente con respecto al plano de la órbita que describe alrededor del Sol. Hemos visto que el eje de rotación de la Tierra parece siempre apuntar en la misma dirección, que coincide muy aproximadamente con la posición de la estrella polar hace el norte. ¿Por qué el eje de la Tierra apunta siempre en la misma dirección?. La respuesta es porque se comporta como un giróscopo.

Un giróscopo no es más que un objeto sólido en rotación. Los giróscopos tienen tendencia a mantener la dirección del eje de rotación en una posición fija. El lector puede comprobar esto con facilidad si coge una rueda de bicicleta que tenga un eje sobre el que se pueda girar y pone ésta a rotar con rapidez. Después de que está rotando, intentar cambiar la dirección del eje se hace difícil (por eso es posible mantener el equilibrio en una bicicleta).

Otro ejemplo de giróscopo es un trompo que gira en el suelo. ¡Pero un momento! ; si nos fijamos en un trompo que gira, su eje no se mantiene en una dirección fija, sino que parece describir un cono suavemente alrededor de la línea vertical; ¿cómo es esto?. La razón de es un poco compleja. El asunto es que el trompo tiene una tendencia a mantener su eje de rotación, y una tendencia a caer por efecto de la gravedad. La forma en que estas dos tendencias pueden convivir juntas para crear una situación estable es un movimiento del eje de rotación alrededor de la línea vertical, al que se conoce como precesión.

Con la Tierra debería de pasar lo mismo, puesto que la gravedad solar tira del eje de rotación de la Tierra y éste debería preceder. Pero efectivamente precede y esto fue descubierto mucho tiempo atrás por el astrónomo griego Hipparcos (160-125 a.C.) al descubrir un fenómeno que se conoce como precesión de los equinoccios. Pero vayamos más despacio.

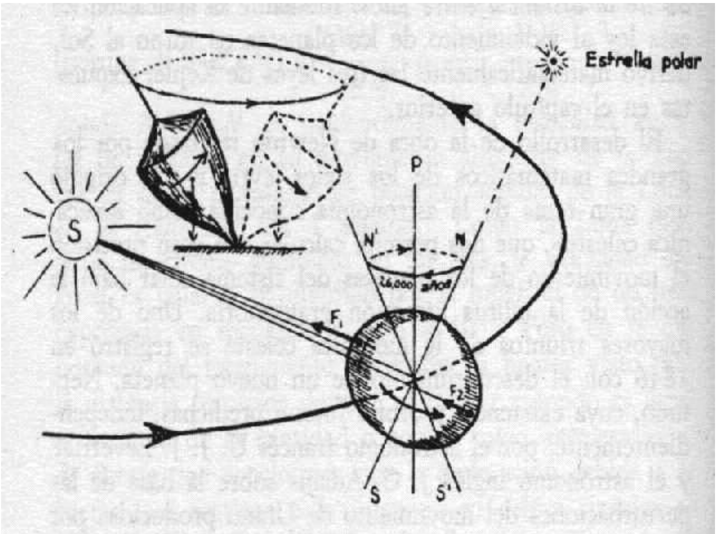
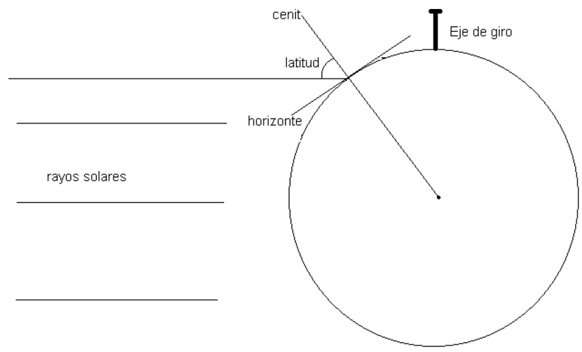


Figura I. Explicación del efecto de precesión del eje de giro terrestre. Este es debido a que la Tierra se comporta como un trompo que está sometido a la fuerza de atracción solar, por lo que el eje de rotación que actualmente apunta hacia la estrella Polar, describe un círculo alrededor de la perpendicular al plano de la eclíptica (plano de la órbita terrestre) en un periodo de unos 26000 años.

Investiguemos primero lo que ocurriría si el eje de la Tierra fuera perpendicular al plano de su órbita alrededor del Sol

Figura II. Representación de la inclinación solar para una latitud dada en el caso de que el eje de la Tierra fuera exactamente perpendicular al plano de la eclíptica



En la **figura II** podemos ver claramente que el sol giraría en el cielo a una distancia del cenit (punto sobre nuestras cabezas) exactamente igual a la latitud del lugar. Eso significa que en el ecuador giraría de tal manera que en su punto más alto (mediodía solar) estaría justo sobre la vertical del lugar, o dicho de otra manera, en ese momento ningún objeto vertical proyectaría sombra alguna. A medida que nos movemos hacia uno de los polos, en el mediodía solar el sol se encontrará más bajo en una cantidad exactamente igual a la latitud del lugar. En los polos el sol estaría justo al nivel del horizonte. El día y la noche durarían siempre doce horas y todos los días del año serían una perfecta repetición del anterior, en cuanto al movimiento solar se refiere. Variemos ahora el ángulo del eje de rotación y hagamos que este apunte siempre en la misma dirección, con respecto a las estrellas.

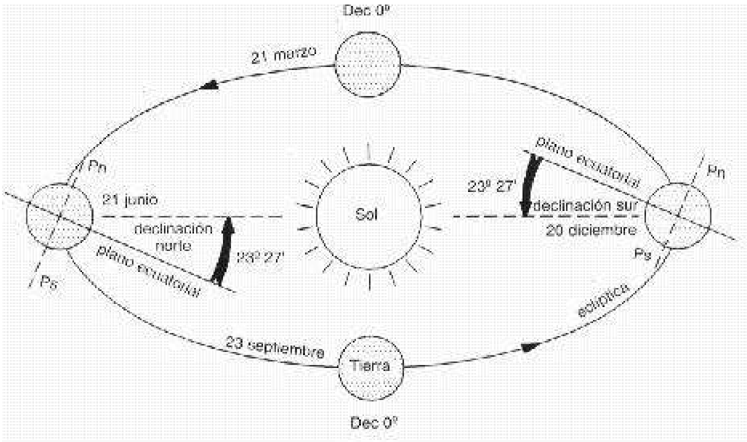


Figura III. Inclinación del eje de la Tierra en cuatro puntos de la órbita.

En la **figura III**, podemos observar como ahora el Sol sólo aparece justo en el cenit del ecuador en el mediodía de los equinoccios (alrededor del 21 de marzo y el 23 de septiembre) y que sube 23,5º por encima del cenit del ecuador en el solsticio de verano (alrededor del 21 de junio) y baja la misma cantidad hacia el sur en el solsticio de invierno (alrededor del 20 de diciembre). ¿Qué ocurre en los polos?. En el polo norte, el día del equinoccio de primavera, el sol girará justo sobre el horizonte, y a medida el ángulo entre el eje de rotación y los rayos solares de va haciendo menor, el sol se mantendrá por encima del horizonte durante todo el día hasta que en el día 21 de junio alcanza una altura máxima sobre el horizonte de 23,5º, empezando a disminuir nuevamente hasta que se vuelve a esconder por el horizonte en el equinoccio de invierno. El resultado conocido por todos es que en los polos hay un periodo de seis meses donde no se pone nunca el sol, y un periodo equivalente donde el sol nunca sale y es de noche continuamente. ¿Qué ocurre en una latitud intermedia?. Bueno, no le voy a decir nada nuevo al lector, pues éste sabe muy bien que la duración del día cambia a lo largo del año. Tiene usted ahí una explicación para las estaciones.

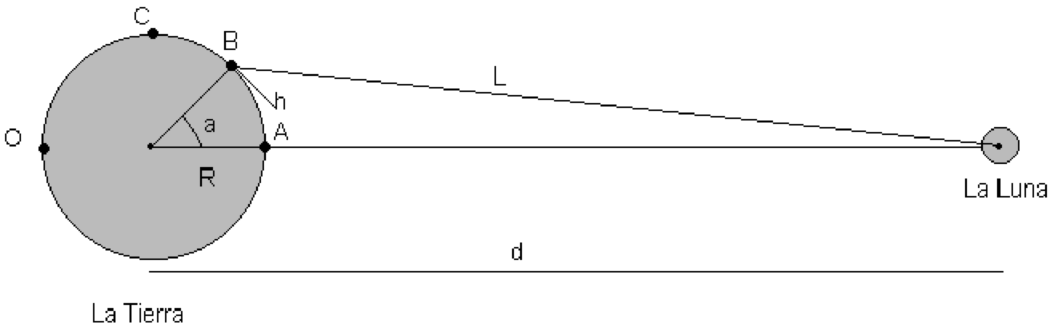
La gravedad y las mareas.

Todo el mundo ha oído que existe alguna relación entre las mareas y la Luna. ¿Es esto cierto?. El lector pensará inmediatamente: "pues claro, todo el mundo lo sabe". Y tiene razón, pero las relaciones causales no son al principio tan evidentes como uno podría creer. Es también una creencia popular que la menstruación de la mujer y el ciclo lunar están relacionados. Esto es así porque el tiempo promedio que transcurre entre dos menstruaciones es similar al mes lunar (unos 28 días). Pero no existe ninguna justificación racional para esta creencia. Es una de esas muchas coincidencias. Un ejemplo de este tipo de coincidencias ocurre con los diámetros aparentes del Sol y la Luna (medio grado aproximadamente) vistos desde la Tierra. Por supuesto, que esto sea así no obedece más que a una afortunada coincidencia. De hecho, si refinamos nuestras medidas, vemos que estos diámetros aparentes no son exactamente iguales y además varían según la época del año, de la misma manera que el periodo de la menstruación presenta variaciones de una mujer a otra y, en la misma mujer, de un mes al siguiente.

Pero veamos cómo se podría producir el efecto de la Luna sobre la marea. Para empezar consideremos el caso más obvio de un poco de agua que se encuentra en la parte de la Tierra más cercana a la Luna y consideremos que la Tierra está orbitando alrededor de la Luna. Pero, ¡un momento!. ¿No es la Luna la que orbita alrededor de la Tierra?. Bueno, depende del punto de vista. Si uno se sitúa en la Luna verá cómo la Tierra cambia de posición respecto a las estrellas. La Tierra atrae a la Luna, pero ésta también atrae a la Tierra, obviamente. Recordemos que para un cuerpo en órbita es necesaria una cantidad de aceleración centrípeta. En este caso, esa aceleración es debida a la atracción que produce toda la masa lunar sobre toda la masa de la Tierra, como si esta estuviera concentrada en su centro. Por tanto, el centro de la Tierra cae hacia el centro de la Luna con una aceleración:

$$a = G\frac{M_L}{d^2}$$

donde M_L es la masa de la Luna y d la distancia entre los centros de la Luna y la Tierra.



Pero que ocurrirá para una masa situada en un punto tal como el ***A*** de la **figura**, más cercano a la Luna que el centro de la Tierra. Obviamente este punto de la Tierra estará sometido a una aceleración, debido a la atracción lunar, de

$$a_A = G\frac{M_L}{(d-R)^2}$$

donde R es el radio terrestre. Pero como esta masa situada en ***A*** se mueve con la misma velocidad que el centro de la Tierra alrededor de la Luna, estará sometido a un exceso de aceleración que le hará caer hacia la Luna dada por:

$$a_A - a = GM_L\left(\frac{1}{(d-R)^2} - \frac{1}{d^2}\right) = GM_L\frac{2dR - d^2}{d^2(d-R)^2} \approx GM_L\frac{2R}{d^3}$$

donde hemos hecho una aproximación considerando pequeño R frente a d

$$\frac{R}{d} \approx \frac{1}{60}$$

Sustituyendo los valores de $R = 6400000\ m$ y $d = 384000000\ m$ y $M_L = 7.2\ 10^{22}\ kg$, obtenemos que esta aceleración extra del cuerpo situado en ***A*** hacia la Luna es de $0.0000011\ m/s^2$, lo que significa menos de la millonésima parte de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre. El efecto directo de la Luna parece demasiado pequeño para producir el apreciable efecto de marea.

Pero hay un efecto sutil que no podemos ver en un punto como ***A***. Veamos que ocurre en un punto como ***B***, desplazado respecto a la dirección de los centros de la Tierra y la Luna un ángulo *a*. Podemos apreciar que debe existir una componente de la aceleración en

$$a_h = \frac{3}{2} G M_L \frac{R}{d^3} Sen(2a) = 8 \times 10^{-8} Sen(2a)$$

la dirección horizontal indicada por ***h***. La cuestión es si esta componente es apreciable y en que sentido se dirige. Los cálculos se hacen aquí un poco más complejos, pero uno llega a que hay una componente horizontal dirigida hacia el lado de la Luna dada por

Que tiende a desplazar el agua hacia la posición de ***A***, elevando el océano sobre el nivel medio esperado si no existiera la fuerza de marea y dado por

$$elevación = \frac{1}{4} G M_L \frac{R}{d^3} R \left(1 + 3Cos(2a)\right) = 8.8cm \left(1 + 3Cos(2a)\right)$$

La elevación es máxima en los puntos ***A*** y ***O*** (*a = 0º y a = 180º*), con unos *35 cm* de elevación sobre el nivel que cabría esperar si no existiera la Luna, y la elevación mínima es de unos *-18 cm*, lo que significa que en realidad se produce un hundimiento sobre el nivel sin marea de *18 cm* en puntos como el ***C*** y su opuesto (*a = 90º y a = 270º*). Para un ángulo de *54.75º, 125.25º, 215.25º* y *324.75º*, la elevación es nula.

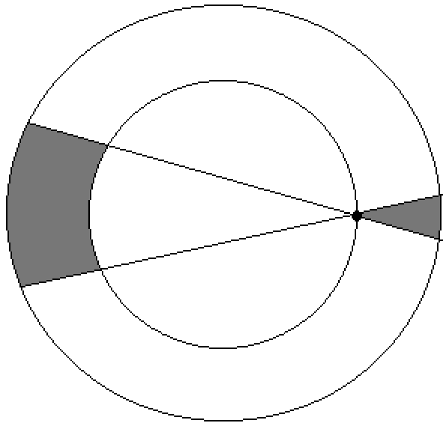
Aquí aparece un efecto curioso. Resulta que el océano también se eleva en puntos situados al lado opuesto de donde se halla la Luna (tales como el ***O***). ¿Cómo podemos entender ese efecto?. La razón está relacionada con el hecho de que en estos puntos, la Luna no es capaz de generar una fuerza centrípeta suficiente para mantener a las masas (como el agua) en una órbita con velocidad igual a la del centro de la Tierra, y por tanto, tienen un defecto de aceleración con respecto al centro de la Tierra que hace que tiendan a quedarse rezagadas con respecto a éste. El efecto es tal como si existiera una pequeña aceleración que trata de expulsar el agua al lado opuesto de donde se encuentra la Luna. Vamos a estimar ahora la contribución del Sol. Vemos que la aceleración que produce el efecto de marea aumenta con la masa y disminuye con el cubo de la distancia. La masa del Sol es unas 27 millones de veces mayor que la de la Luna, pero se encuentra unas 390 veces más lejos. Por tanto, la contribución solar a la marea será $27000000/390^3 = 0.45$ veces la contribución lunar. Sin embargo el Sol y la Luna tienen posiciones relativas que varían mucho en cada momento del año. Esto hace que las mareas sea un fenómeno mucho más rico y variado de lo que hemos podido estudiar aquí. Lo que sí está claro es que la Luna domina la principal componente de la marea que se manifiesta en un periodo de unas 12 horas y media aproximadamente. Pero el tamaño de la marea también está altamente influenciado por la estructura de la Tierra y los océanos. Existen lugares que destacan por las pronunciadas mareas. Esto puede ser debido a la escasa inclinación de la costa, a la interferencia producida por las masas de tierra, como es el caso de la influencia de las islas británicas sobre las pronunciadas mareas de Normandía, en la costa francesa, o por fenómenos de resonancia como ocurre en algunas bahías donde la el agua puede subir varios metros debido a que el tiempo de vaciado y llenado de la bahía coincide con el periodo de la marea.

La gravedad en el interior de los planetas

La ley de gravitación de Newton contiene una característica que puede parecernos incómoda. La fuerza tiende a hacerse infinitamente grande cuando nos acercamos mucho al centro de atracción. El absurdo aparece por el hecho de que estamos suponiendo que toda la masa que produce la atracción está situada en el mismo centro de atracción. La razón es que los efectos de la atracción de todas las partes del planeta se compensa de tal manera que, para todos los efectos, ésta se comporta como si toda la masa estuviera concentrada en el centro.

Pero, ¿qué ocurre si nos vamos aproximando hacia el centro de atracción de un cuerpo como La Tierra?. Obviamente habrá un momento en que no podamos acercarnos más sin penetrar en el interior. Si imaginamos la Tierra (por hacerlo más simple) como una cebolla de capas de materia, a medida que penetramos en su interior vamos dejando capas detrás nuestro. Las capas que quedan por debajo de nuestra posición se comportan como siempre, atrayéndonos hacia el centro como si se tratara de una nueva Tierra pero más pequeña.

¿Qué ocurre con la masa que vamos dejando atrás?. Bueno, tenemos una cantidad de masa que queda cerca de nosotros y una cantidad mucho mayor de masa que queda mucho más alejada de nosotros. Pero curiosamente, la distribución casi esférica de un cuerpo como La Tierra tiene una propiedad que aparece casi maravillosa. La masa alejada contribuye en total con la misma fuerza que la masa más cercana. Esto es porque la mayoría de la masa se encuentra lejos del punto considerado y la minoría de masa cerca, de tal forma que los efectos entre masa y distancia están balanceadas de tal forma que la fuerza neta que ejercen las capas externas a nuestra posición en el interior de la Tierra se anula.



Según este resultado, en el centro de la Tierra no sentiríamos ningún tipo de fuerza de la gravedad, pues toda la masa que quedaría a nuestro alrededor tiraría igualmente de nosotros en todas direcciones, y la fuerza neta total sería nula.

Vamos a utilizar el hecho para ver cómo varía la aceleración de la gravedad a medida que nos adentramos en el interior de la Tierra. Según la ley de gravitación, la aceleración vendrá dada por

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

pero si suponemos que la densidad media ρ de la Tierra se mantiene aproximadamente constante, tenemos que la masa total *M* dentro de una esfera de radio *r* es

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho r^3$$

y por combinación de ambas tenemos que

$$g = \frac{4}{3}\pi G\rho r$$

Habíamos mencionado anteriormente, cuando estudiábamos el movimiento de un péndulo, que cuando la aceleración es proporcional a la distancia, como ocurre en nuestro caso, el movimiento es oscilatorio con un periodo de oscilación que corresponde a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\frac{4}{3}\pi G\rho}}$$

Esto corresponde a un hecho bien curioso. Si abriéramos un túnel que atravesara la Tierra de lado a lado y soltáramos un objeto, este caería y saldría por el otro lado, pero volvería a caer y así sucesivamente. El tiempo que tardaría en ir y volver viene dado por la expresión anterior. Sustituyendo los valores de las constantes, obtenemos:

$$T = 6.28\sqrt{\frac{1}{\frac{4}{3}\times 3.14\times 6.6710^{-11}\times 5.410^{3}}} \cong 5113s \cong 85.2 minutos$$

Por supuesto, la precisión de esta medida dependerá de lo buena que sea nuestra suposición de que la densidad de la Tierra se mantiene constante con la profundidad. Esto no es exactamente así, puesto que las medidas de las ondas sísmicas durante los terremotos muestran que existen capas con densidades diferentes.